

### Berechnung der Konstante $\alpha$ und der Diffusionskonstante $D$

Für  $Z$ , die Zahl der pro Zeit- und Flächeneinheit auftreffenden Wassermoleküle, ergibt sich

$$Z = \frac{P}{\sqrt{2} \pi m k T} \quad (32)$$

Mit dem Partialdruck des Wassers  $P = 18,6$  Torr  $= 2,21 \cdot 10^4$  dyn cm $^{-2}$ , der Masse des Wassermoleküls  $m = 2,99 \cdot 10^{-23}$  g, der Temperatur  $T = 294$  °K und  $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$  erg Mol $^{-1}$  Grad $^{-1}$  folgt

$$Z = 0,8 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1} \quad (33)$$

Da nach (22)

$$a b = e l r \alpha Z = 2,84 \cdot 10^6 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-2} \quad (34)$$

ist, berechnet sich mit  $l = 0,5$  cm und  $r = 0,05$  cm die Wahrscheinlichkeit, daß ein auftreffendes Molekül physikalisch adsorbiert wird

$$\alpha = 3 \cdot 10^{-4} \quad (35)$$

Ferner folgt aus

$$b = \frac{r^2 k T}{e \tau D} = 2,47 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1} \quad (36)$$

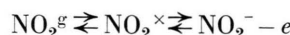
mit dem aus den Relaxationseffekten bestimmten

$\tau = 100$  sec der Diffusionskoeffizient

$$D = 10^{-9} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1} \quad (37)$$

### Gleichrichter aus n-Silicium

Gleichrichter aus n-Silicium, also  $n_{sn}$  p-Gleichrichter, zeigen die beschriebenen Ionenwanderungseffekte nicht in feuchten Gasen, wohl aber in nitrosen Gasen. Wegen der hohen Lage des FERMI-Niveaus im Silicium ist die Übergangswahrscheinlichkeit  $W$  für positive Wasserionen sehr klein, groß dagegen für negative Ionen der nitrosen Gase. Hier könnte man sich vorstellen, daß Reaktionen wie



stattfinden. In nitrosen Gasen haben die Sperrkennlinien von  $n_{sn}$  p-Gleichrichtern Sättigungscharakter, und es treten die gleichen Relaxationseffekte wie in Abb. 8 auf.

Herrn Dipl.-Ing. E. NITSCHKE und Herrn Dr. K. H. GEYER danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für Diskussionen. Herrn Dr. K. H. GEYER danke ich ferner für wertvolle Hinweise zur experimentellen Durchführung.

## Transversaleffekte in Eisen-Silicium-Einkristallen

Von H.-E. SCHMIDT und T. HALPERN

Aus dem Max-Planck-Institut für Metallforschung, Stuttgart  
(Z. Naturforsch. 15 a, 149—155 [1960]; eingegangen am 26. November 1959)

An Eisen-Silicium-Einkristallen aus rekristallisiertem technischem Transformatorenblech mit 4,36% Si wurden der elektrische Widerstand, die Thermokraft und die vier galvano- und thermomagnetischen Transversal-Effekte bei zwei verschiedenen Orientierungen gemessen. Ziel der Untersuchung war es, Auskunft über die Orientierungsabhängigkeit der Effekte zu erhalten sowie gewisse Voraussagen der Theorie der ferromagnetischen Transversaleffekte experimentell zu prüfen.

### Grundlagen

In einem vom elektrischen Strom  $J_x$  durchflossenen para- oder diamagnetischen Leiter bildet sich unter dem Einfluß eines senkrecht zur Stromrichtung wirkenden Magnetfeldes  $H_z$  eine transversale Spannungs- und Temperaturdifferenz aus, die beide proportional zur magnetischen Feldstärke und zur Primärstromdichte sind (galvanomagnetische Effekte). Analoge Erscheinungen beobachtet man, wenn primär statt des elektrischen Stromes ein Wärmestrom durch die Probe fließt (thermomagnetische Effekte). Die vier Transversaleffekte sind durch folgende Größen charakterisiert:

$$E_y/J_x = R \cdot H_z, \quad R: \text{HALL-Koeffizient} \quad (1 a)$$

$$-\frac{\partial T/\partial y}{J_x} = P \cdot H_z, \quad P: \text{ETTINGHAUSEN-Koeffizient} \quad (1 b)$$

$$-\frac{E_y}{\partial T/\partial x} = Q \cdot H_z, \quad Q: \text{ETTINGHAUSEN-NERNST-Koeffizient} \quad (2 a)$$

$$\frac{\partial T/\partial y}{\partial T/\partial x} = S \cdot H_z, \quad S: \text{RIGHI-LEDUC-Koeffizient} \quad (2 b)$$



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

mit den folgenden Abkürzungen:

$\partial T/\partial x$ : primäres longitudinales Temperaturgefälle,

$E_y$  : elektrische Transversalfeldstärke,

$\partial T/\partial y$ : transversales Temperaturgefälle.

Das Zustandekommen dieser Effekte wird durch die Wirkung einer LORENTZ-Kraft auf die sich im Magnetfeld bewegenden Ladungsträger erklärt. Wie der HALL-Koeffizient, so lassen sich auch die übrigen Transversalkoeffizienten unter Zuhilfenahme vereinfachender Modellvorstellungen als Funktionen der Leitungselektronen-Dichten und -Beweglichkeiten darstellen. Die Transversaleffekte sind daher ein wertvolles Hilfsmittel zur Erforschung der Elektronenzustände und damit der Bindungsverhältnisse im Metall<sup>1</sup>.

Die vier Koeffizienten sind durch Beziehungen miteinander verknüpft, die sich ohne Zuhilfenahme atomistischer Vorstellungen herleiten lassen<sup>2</sup>:

$$R = S \varrho, \quad Q \varrho = L P. \quad (3), (4)$$

Eine Kombination von (3) und (4) liefert die bekannte Formel

$$R Q / P S = L. \quad (4a)$$

Hierbei ist  $\varrho$  der spezifische Widerstand und  $L$  die LORENTZ-Zahl. Die Gültigkeit dieser Relationen ist für viele nicht-ferromagnetische Materialien experimentell recht gut bestätigt worden<sup>3</sup>.

Für ferromagnetische Stoffe ist der „HALL-Widerstand“ (1a) nicht mehr eine lineare Funktion des äußeren Feldes. Man beobachtet vielmehr bei Feldstärken weit unterhalb der Sättigung eine Proportionalität mit der Magnetisierung  $M_z$  und erst oberhalb der Sättigungsfeldstärke eine lineare Abhängigkeit von  $H_z$ .

Die Feldabhängigkeit von  $E_y/J_x$  läßt sich dann durch eine Beziehung der folgenden Form beschreiben<sup>4</sup>:

$$E_y/J_x = R_1 M_z + R_0 H_z. \quad (5a)$$

Auch die Gln. (1b), (2a) und (2b) nehmen in die-

sem Fall die Gestalt von (5a) an:

$$-\frac{\partial T/\partial y}{J_x} = P_1 M_z + P_0 H_z, \quad (5b)$$

$$-\frac{E_y}{\partial T/\partial x} = Q_1 M_z + Q_0 H_z, \quad (6a)$$

$$\frac{\partial T/\partial y}{\partial T/\partial x} = S_1 M_z + S_0 H_z. \quad (6b)$$

Im Falle ferromagnetischer Stoffe werden die Transversaleffekte also durch je zwei Koeffizienten charakterisiert. Nach Überlegungen von BUSCH, HULLIGER und JAGGI<sup>5</sup> sollen auch für die außerordentlichen Konstanten ( $R_1, P_1, Q_1, S_1$ ) Beziehungen der Form (3) und (4) bzw. (4a) gelten. Die genannten Autoren haben Meßdaten zusammengestellt, um ihre Behauptung zu prüfen. Allerdings sind nur in wenigen Fällen in früheren Arbeiten alle vier Effekte sowie der elektrische Widerstand an der gleichen Probe gemessen worden, eine Forderung, die für eine Kontrolle von (3) und (4) natürlich unerlässlich ist. Außerdem sind fast alle früheren Untersuchungen an polykristallinem Material durchgeführt worden (vgl. jedoch Anm. 6, 7).

Über das Zustandekommen der außerordentlichen Effekte herrscht noch keine vollständige Klarheit. Theoretische Ansätze von KARPLUS und LUTTINGER<sup>8</sup> und SMIT<sup>9</sup> befriedigen nicht vollständig. Immerhin folgt aus der Theorie von KARPLUS und LUTTINGER eine Beziehung zwischen spezifischem Widerstand und außerordentlicher HALL-Konstante

$$R_1 = A \varrho^2, \quad (7)$$

die mehrfach überprüft und gut bestätigt wurde (s. Anm. 10–15).

In der vorliegenden Arbeit werden Meßergebnisse beschrieben, die an zwei Eisen-Silicium-Einkristallen mit der Orientierung (321),  $\bar{1}$ 111 und (321),  $\bar{0}$ 12 durchgeführt wurden. Die Richtung [ ] ist jeweils die Richtung des Primärstromes. Die Effekte (einschließlich Widerstand und Thermokraft) wurden bei verschiedenen Temperaturen zwischen 20 und 100 °C gemessen.

<sup>1</sup> H.-E. SCHMIDT, Z. Metallkunde **49**, 113 [1958].

<sup>2</sup> P. W. BRIDGMAN, Phys. Rev. **24**, 644 [1924].

<sup>3</sup> W. MEISSNER, Handb. d. Experimentalphysik 11/2, Leipzig 1935.

<sup>4</sup> E. M. PUGH, Phys. Rev. **36**, 1503 [1930].

<sup>5</sup> G. BUSCH, F. HULLIGER u. R. JAGGI, Helv. Phys. Acta **31**, 3 [1958].

<sup>6</sup> W. L. WEBSTER, Proc. Cambridge Phil. Soc. **23**, 800 [1927].

<sup>7</sup> W. JELLINGHAUS u. M. P. DE ANDRÉS, Naturwissenschaften **21**, 508 [1958].

<sup>8</sup> R. KARPLUS u. J. M. LUTTINGER, Phys. Rev. **95**, 1154 [1954].

<sup>9</sup> J. SMIT, Physica **21**, 877 [1955].

<sup>10</sup> J. P. JAN u. H. M. GIJSMAN, Physica **18**, 338 [1952].

<sup>11</sup> J. P. JAN, Helv. Phys. Acta **25**, 677 [1952].

<sup>12</sup> C. KOOL, Phys. Rev. **95**, 843 [1954].

<sup>13</sup> A. J. SCHINDLER u. E. J. SALKOVITZ, Phys. Rev. **99**, 1251 [1955].

<sup>14</sup> W. JELLINGHAUS u. M. P. DE ANDRÉS, Arch. Eisenhüttenwes. **27**, 187 [1956].

<sup>15</sup> F. E. ALLISON u. E. M. PUGH, Phys. Rev. **102**, 1281 [1956].

### Versuchsdurchführung

Das untersuchte Material lag in Blechen von 0,35 mm Stärke vor. Es wurde von der Firma AEG, Stuttgart, zur Verfügung gestellt. Über die vorausgegangene Wärmebehandlung ließen sich keine Einzelheiten mehr ermitteln. Die Proben wurden im Anlieferungszustand untersucht. Aus einigen der bis zu handtellergroßen Körnern, die durch eine geeignete Ätzbehandlung deutlich sichtbar gemacht werden konnten, wurden zunächst kleine Scheiben für die röntgenographische Untersuchung gestanzt. Ihre Orientierung wurde durch LAUE-Rückstrahl-Aufnahmen bestimmt. Die Schärfe der erhaltenen Reflexe bestätigte den Einkristall-Charakter des Materials. Schließlich wurde ein verhältnismäßig niedrig indiziertes Korn mit der (321)-Ebene parallel zur Blechoberfläche für die Untersuchung ausgewählt. Zwei  $1 \times 5 \text{ cm}^2$  große Proben wurden so ausgeschnitten, daß die [111]-Richtung (Probe 1) bzw. die [012]-Richtung (Probe 2) in Proben-Längsrichtung lagen.

Die Proben wurden planparallel geschliffen und poliert. Ihre Dicke ließ sich mit einer Präzisionsmeßuhr auf  $0,2 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$  genau bestimmen. Abweichungen von der Planparallelität wurden bei der Auswertung der Meßergebnisse geeignet berücksichtigt.

Danach wurden Spannungssonden und Kupfer-Konstantan-Thermoelemente von 0,1 mm Dicke durch Kondensator-Entladungen an die Probe geschweißt. Die Abstände der verschiedenen Abgriffe voneinander wurden mit einem für photometrische Zwecke eingerichteten Meßmikroskop auf  $0,2 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$  genau vermessen. Für die Messung wurde eine Einspannvorrichtung ähnlich der von SCHMIDT<sup>1</sup> ausführlich beschriebenen benutzt. Sie gestattet, entlang der Probe ein Temperaturgefälle zu erzeugen und neben den vier Transversaleffekten die Thermokraft und den Widerstand in einem Arbeitsgang zu messen. Die auftretenden Spannungen wurden kompensiert. Durch geeignete Isolation wurde der Wärmeaustausch mit der Umgebung weitgehend verhindert. Die Messungen erfolgten also unter annähernd adiabatischen Bedingungen. Die Meßspannungen konnten im ungünstigsten Fall auf  $\pm 1 \cdot 10^{-7} \text{ V}$  genau bestimmt werden. Magnetische Feldstärke und Probenstrom ließen sich auf 0,3% genau einstellen.

Da bei den verwendeten bandförmigen Proben für kleine Felder  $B_z \approx M_z$  ist und oberhalb der Sättigung  $M_z = M_s$  als konstant angesehen werden kann<sup>14</sup>, werden  $R_1$  und  $R_0$  gewöhnlich aus den Neigungen der Kurve  $E_H/J_x = f(B_z)$  berechnet. Die Induktion in der Probe, die wegen der endlichen Abmessungen des untersuchten Streifens von der Luftspaltinduktion ohne Probe verschieden ist, wurde dadurch ermittelt, daß die HALL-Spannung einer zwischen zwei Eisen-Silicium-Streifen befindlichen Kupferprobe mit bekanntem  $R$  bei verschiedenen Feldstärken gemessen wurde.

Unter Berücksichtigung der Ablesegenauigkeit aller gemessenen Daten ergeben sich die in Tab. 1 für die einzelnen Größen aufgeführten Meßgenauigkeiten:

Bei der Beurteilung der Endresultate ist allerdings zu bedenken, daß die in Abb. 3 dargestellten Ergebnisse durch Mittelung aus mehreren Einzelmessungen gewon-

$\frac{\Delta R}{R} = 1 \%$	$\frac{\Delta \varrho}{\varrho} = 1 \%$	$\frac{\Delta S}{S} = 30 \%$
$\frac{\Delta P}{P} = 50 \%$	$\frac{\Delta Q}{Q} = 7 \%$	$\frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} = 0,2 \%$

Tab. 1. Relative Fehler bei der Bestimmung der einzelnen Koeffizienten aus einer Messung.

nen wurden, wodurch ihnen eine erheblich größere Zuverlässigkeit zukommt, als man nach Tab. 1 erwarten könnte.

Wie schon angedeutet, flossen bei dem angewendeten Verfahren gleichzeitig ein elektrischer und ein Wärmestrom durch die Probe, wodurch der Meßvorgang wesentlich beschleunigt wurde. Vor Beginn der Messung mußte entlang der ganzen Probe ein lineares Temperaturgefälle (von etwa  $5^\circ \text{C/cm}$ ) eingestellt werden, was durch sechs über die gesamte Probenlänge verteilte Thermoelemente kontrolliert werden konnte. Als Meßtemperatur wurde die Temperatur in Probenmitte angenommen. Die Spannungen zwischen den Kupfer- bzw. Konstantan-Enden der in der Mitte der Probe einander gegenüber liegenden Thermoelemente wurde dann bei konstanter Stromstärke und verschiedenen Feldstärken gemessen, wobei nacheinander Strom- und Feldrichtung umgepolt wurden.

Da die Sättigungsfeldstärke des untersuchten Materials (20 kOe) mit dem zur Verfügung stehenden Magneten nicht wesentlich überschritten werden konnte, war es nicht möglich, den ordentlichen Effekt zu erfassen. Es wurde daher lediglich der lineare außerordentliche Bereich bis zu Feldern von etwa 5 kOe untersucht.

Die für verschiedene Feld- und Stromrichtungen zwischen den Kupfer-Enden (U) und den Konstantan-Enden (V) abfallenden Spannungen sind in Gl. (7) angegeben.

$$\begin{aligned}
 J_+ \quad U_+^+ &= U_0^+ + U_R + U_P + U_Q + U_S, \\
 B_+ \quad V_+^+ &= V_0^+ + U_R + \beta U_P + U_Q + \beta U_S, \\
 J_- \quad U_+^- &= U_0^- - U_R - U_P + U_Q + U_S, \\
 B_- \quad V_+^- &= V_0^- - U_R - \beta U_P + U_Q + \beta U_S; \\
 J_+ \quad U_-^+ &= U_0^+ - U_R - U_P - U_Q - U_S, \\
 B_+ \quad V_-^+ &= V_0^+ - U_R - \beta U_P - U_Q - \beta U_S, \\
 J_- \quad U_-^- &= U_0^- + U_R + U_P - U_Q - U_S, \\
 B_- \quad V_-^- &= V_0^- + U_R + \beta U_P - U_Q - \beta U_S.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Hierbei bedeuten

$U_0, V_0$ :	Transversalspannungen ohne Magnetfeld,
$U_R$ :	HALL-Spannung,
$U_Q$ :	ETTINGHAUSEN-NERNST-Spannung,

$U_P = \Delta T_P \cdot \varepsilon_{\text{Cu}}^x$ : ETTINGHAUSEN-Spannung,  
 $\Delta T_P$ : ETTINGHAUSEN-Temperatur-Differenz,  
 $\varepsilon_{\text{Cu}}^x$ : Thermokraft des Materials gegen Kupfer;  
 $U_S = \Delta T_S \cdot \varepsilon_{\text{Cu}}^x$ : RIGHI-LEDUC-Spannung,  
 $\Delta T_S$ : RIGHI-LEDUC-Temperatur-Differenz;  
 $\beta = \frac{\varepsilon_{\text{Cu}}^x}{\varepsilon_{\text{Ko}}^x}$ ,  $\varepsilon_{\text{Ko}}^x$ : Thermokraft des Materials gegen Konstantan.

Mit den Abkürzungen

$$A = (U_+^+ - V_+^+) - (U_-^+ - V_-^+),$$

$$A' = (U_+^- - V_+^-) - (U_-^- - V_-^-),$$

$$C = (\beta U_-^+ - V_-^+) - (\beta U_+^+ - V_+^+),$$

$$C' = (\beta U_-^- - V_-^-) - (\beta U_+^- - V_+^-),$$

ergeben sich die einzelnen Transversalspannungen aus Gl. (7) zu:

$$U_Q = \gamma(C + C'), \quad U_P = \gamma(A - A'), \quad \gamma = \frac{1}{4(1-\beta)},$$

$$U_R = \gamma(C - C'), \quad U_S = \gamma(A + A'),$$

aus denen sich die gesuchten Koeffizienten errechnen lassen [vgl. (1) und (2)]:

$$R_1 = U_R \frac{d}{JB}, \quad P_1 = U_P \frac{d}{\varepsilon_{\text{Cu}}^x JB}, \quad (8)$$

$$Q_1 = -U_Q \frac{1}{(\partial T / \partial x) b B}, \quad S_1 = -U_S \frac{1}{\varepsilon_{\text{Cu}}^x (\partial T / \partial x) b B};$$

$d$ : Probendicke,  $b$ : Probenbreite.

Die Messung der Thermokraft erfolgte nach der von SCHMIDT<sup>1</sup> angegebenen Methode.

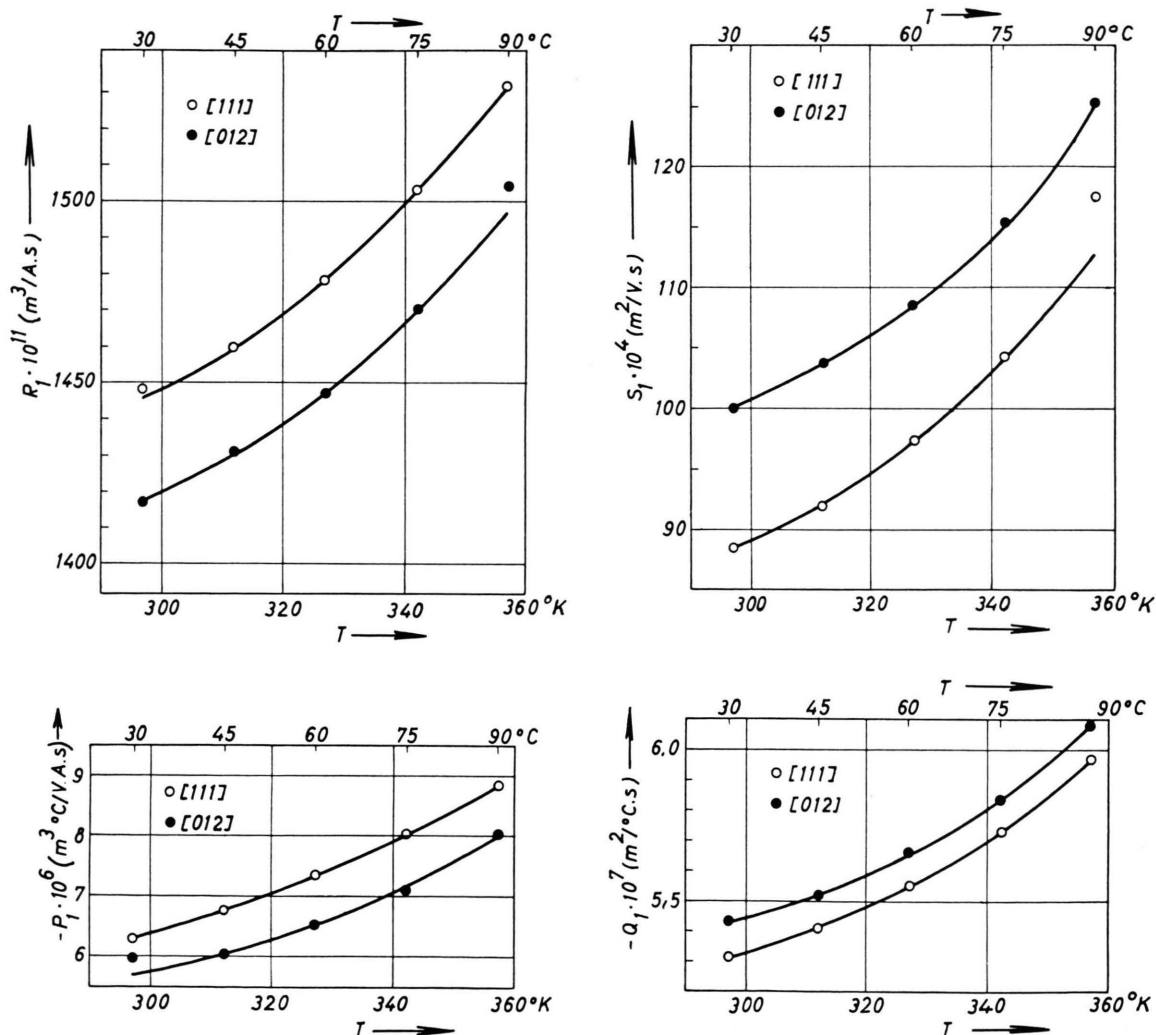


Abb. 1. Die Transversalkoeffizienten zweier Eisen-Silicium-Proben verschiedener Orientierung in Abhängigkeit von der Temperatur.

### Versuchsergebnisse

In Abb. 1 sind die gemessenen Transversalkoeffizienten der beiden Proben in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt. Die leichte Krümmung der Kurven ist schon von anderen Autoren beobachtet worden (z. B. Anm.<sup>16</sup>). Bemerkenswert ist, daß bei den galvanomagnetischen Effekten die an Probe 1 (mit der [111]-Richtung in Primärstrom-Richtung) gemessenen Werte größer sind als die an Probe 2 (Primärstrom parallel zu [012]) beobachteten Konstanten, während man für die thermomagnetischen Effekte die umgekehrte Orientierungsabhängigkeit findet. Eine Erklärung für diese merkwürdige Erscheinung kann noch nicht gegeben werden.

Tab. 2 gibt Aufschluß über die Größe der bei den verschiedenen Effekten sehr verschiedenen Temperatur-Abhängigkeit sowie über den Grad der bei 30 °C beobachteten Anisotropie der Effekte. Hieraus geht hervor, daß die Richtungsabhängigkeit der Temperatur-Differenz-Effekte (*P* und *S*) deutlich stärker ist als die der Spannungs-Differenz-Effekte (*R* und *Q*).

Die Magnetisierung der Proben ändert sich in dem untersuchten Temperatur-Intervall um etwa 1%. Diese Änderung wurde bei der Auswertung der Messungen außer acht gelassen, da sie die Endresultate nur unbedeutend beeinflusst.

Die Temperaturabhängigkeit der Thermokraft der beiden Proben gegen Kupfer, deren Kenntnis für die Berechnung der Koeffizienten nach Gl. (8) nötig ist, geht aus Tab. 3 hervor.

	$\frac{X_{90^\circ} - X_{30^\circ}}{X_{30^\circ}} \cdot 100$	$\frac{X_1 - X_2}{X_2} \cdot 100$
<i>R</i>	5,8	+ 2
<i>P</i>	29,2	+ 10
<i>Q</i>	21,5	- 2
<i>S</i>	20,0	- 11
<i>Q</i>	3,5	+ 1,5

Tab. 2. Temperaturabhängigkeit und Anisotropie (bei 30 °C) der Transversalkoeffizienten und des el. Widerstandes von Eisen-Silicium.

<i>T</i> °C	$\varepsilon_{\text{Cu}}^x$	
	Probe 1	Probe 2
30	- 10,30	- 10,04
45	- 10,60	- 10,34
60	- 10,90	- 10,64
75	- 11,20	- 10,94
90	- 11,50	- 11,24

Tab. 3. Thermokraft zweier Eisen-Silicium-Proben verschiedener Orientierung gegen Kupfer bei verschiedenen Temperaturen.

Bis zu 20 kOe konnte für den Widerstand wie für die Thermokraft der Proben keine Abhängigkeit vom Magnetfeld gefunden werden, d. h. eine mög-

liche Änderung dieser Größen im untersuchten Feldstärke-Gebiet muß kleiner als 0,2% sein.

Für den Ursprung der Widerstands-Anisotropie (Abb. 2) kann keine ausreichende Erklärung gegeben werden. Sicher ist sie nicht auf die Wirkung der Magnetisierung zurückzuführen, da die Widerstände in den verschiedensten magnetischen Zuständen der

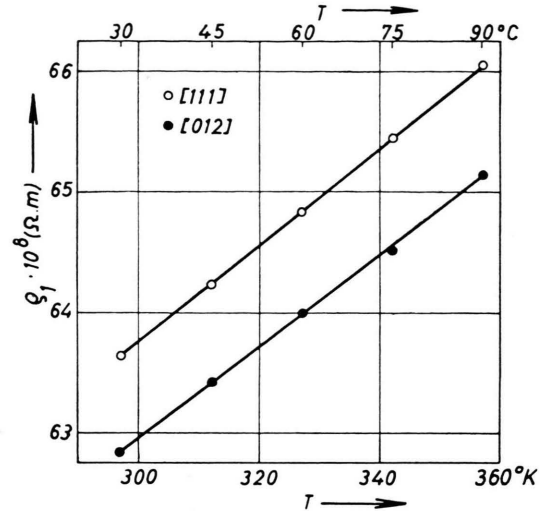


Abb. 2. Spezifischer Widerstand zweier Eisen-Silicium-Proben verschiedener Orientierung in Abhängigkeit von der Temperatur.

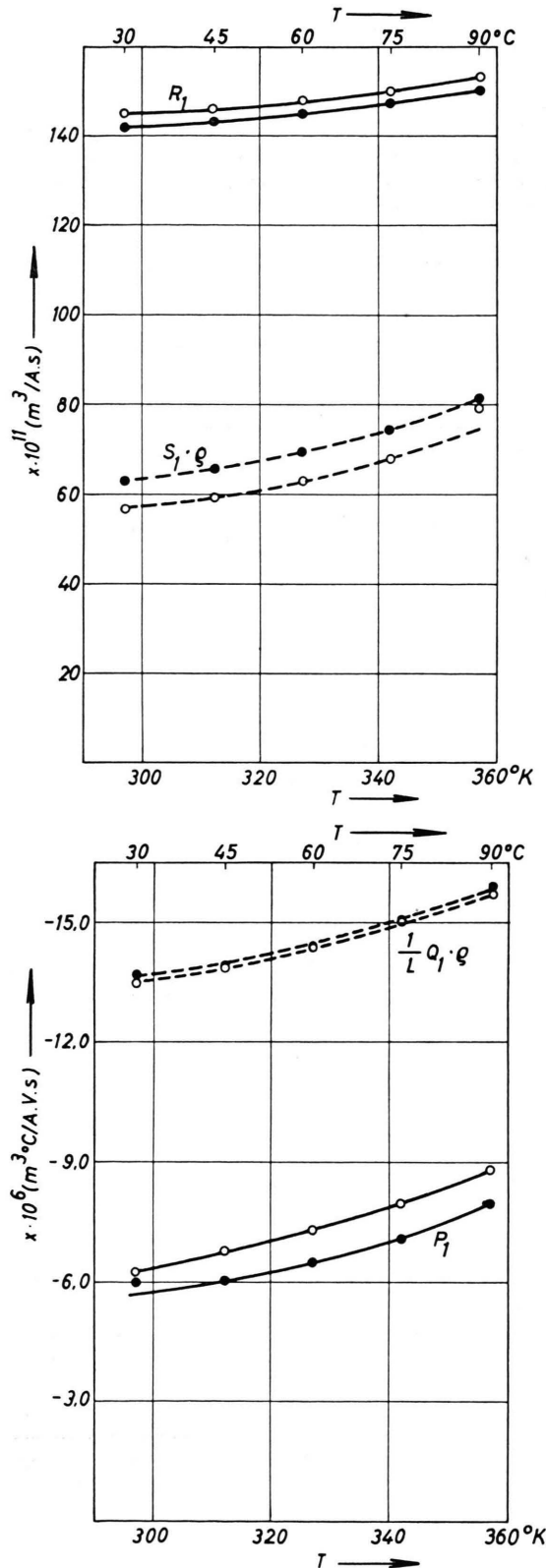
Proben gemessen wurden. Eine quantitative Analyse hat keinen meßbaren Unterschied im Kohlenstoffgehalt der beiden Proben ergeben, so daß man die verschiedenen gemessenen Widerstände wohl auch nicht durch einen Unterschied in der Zusammensetzung der untersuchten Bleche erklären kann.

Aus Abb. 3 ist zu ersehen, daß die Gln. (3) und (4) bis auf einen Faktor  $\sim 2$  erfüllt sind. Das ist im Vergleich mit den Meßergebnissen anderer Autoren<sup>5</sup> ein recht gutes Resultat. In Abb. 4 ist  $\log R_1$  als Funktion von  $\log \rho_1$  für beide Proben aufgetragen. Zum Vergleich ist daneben eine von Koor<sup>12</sup> an Eisen-Silicium mit 3,91% Si bei sehr tiefen und sehr hohen Temperaturen gemessene Kurve verkürzt eingezeichnet. Man ersieht daraus, daß der Anstieg der Einkristall-Kurven [also der Exponent *n* in Gl. (7)] mit dem der Koorischen Kurven etwa übereinstimmt. Die Exponenten bleiben für beide Orientierungen etwa gleich.

Die an Probe 1 gemessene Kurve in Abb. 4 geht aus der Kurve für Probe 2 durch Parallelverschiebung unter Konstanthalten von *n* hervor. Die Ordi-

<sup>16</sup> A. W. SMITH, Phys. Rev. **30**, 1 [1910].





natenabschnitte in Abb. 4 sind für beide Orientierungen also verschieden, doch lassen sich, wegen der Krümmung der Kurven, für  $A$  keine genauen Werte angeben.

Diese Krümmung ist deutlich reproduzierbar und kann nicht auf Meßfehlern beruhen. Auch die Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung führt zu keinem wesentlich anderen Kurvenverlauf. Durch die mehrfache Wiederholung

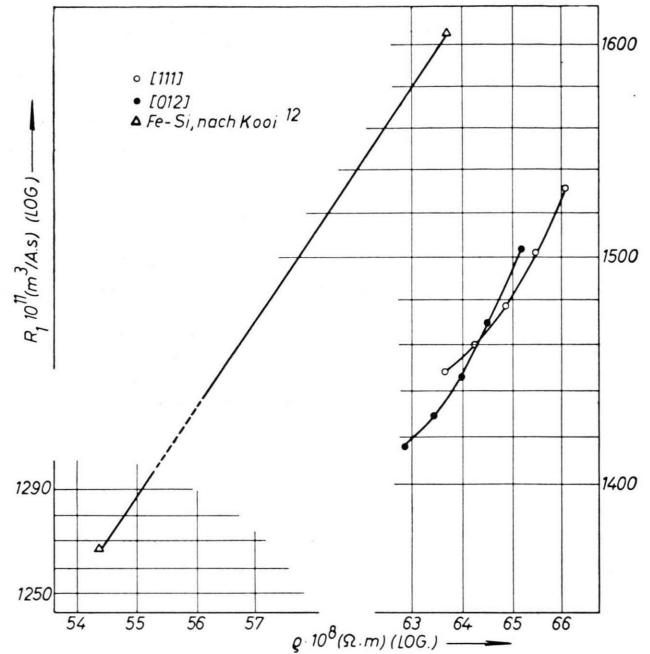


Abb. 4.  $\log R_1$  als Funktion von  $\log q$  für Eisen-Silicium-Proben verschiedener Orientierung.

der Messungen wird auch die Möglichkeit ausgeschaltet, den merkwürdigen Gang durch den Ablauf einer irreversiblen Zustandsänderung im untersuchten Material zu erklären.

Die nach HALL-Effekt-Messungen an Eisen-Einkristallen von WEBSTER<sup>6</sup> in Zweifel gezogene Orientierungsabhängigkeit der Transversaleffekte dürfte nach den jetzt vorliegenden Ergebnissen als erwiesen anzusehen sein, nachdem schon Messungen von JELLINGHAUS und DE ANDRÉS<sup>7</sup> an polykristallinem Eisen-Silicium-Blech mit Goss-Textur für verschiedene Richtungen verschiedene Ergebnisse lieferten. Für die Gültigkeit der von BUSCH und Mitarb.<sup>5</sup> aufgestellten Beziehungen zwischen den außerordentlichen

Abb. 3.  $R_1$  und  $S_1 \cdot q$  sowie  $(1/L) \cdot Q_1 \cdot q$  und  $P_1$  zweier Eisen-Silicium-Proben verschiedener Orientierung in Abhängigkeit von der Temperatur.

Transversalkoeffizienten ist ein weiterer Beweis erbracht worden, wobei allerdings noch zu untersuchen ist, ob der beobachteten Abweichung um den Faktor 2 eine entscheidende Bedeutung zukommt.

Weitere Untersuchungen über die Abweichung des Temperaturganges der Transversalkoeffizienten vom quadratischen Verlauf sowie Messungen an anders orientierten Proben sind in Vorbereitung.

Die beschriebenen Untersuchungen wurden mit Geräten durchgeführt, die von der Deutschen Forschungsgemeinschaft zur Verfügung gestellt worden waren. Einem der Autoren (T. HALPERN) wurde die Durchführung dieser Arbeit durch ein Stipendium des Argentinischen Consejo Nacional de Investigaciones ermöglicht. Er möchte an dieser Stelle auch dem Direktor des Max-Planck-Instituts für Metallforschung, Herrn Prof. Dr. W. KÖSTER, für die Gelegenheit danken, an seinem Institut zu arbeiten.

## Zur Theorie der Ohm'schen Heizung vollionisierter Plasmen

Von H. SCHRADER, W. BEZ, K. H. HÖCKER und H. J. KAEPPeler

Aus dem Institut für Hochtemperaturforschung an der Technischen Hochschule Stuttgart  
(Prof. Dr. KLUGE, Prof. Dr. HÖCKER)

(Z. Naturforsch. 15 a, 155—168 [1960]; eingegangen am 1. August 1959)

Ausgehend von einer Lösung der BOLTZMANN-Gleichung durch eine für Plasmen erweiterte 13-Momenten-Approximation werden die Gleichungen für die OHMSche Heizung eines vollionisierten Plasmas aufgestellt. Der Einfluß eines Magnetfeldes wird vernachlässigt. Als weitere Näherungen werden die anisotropen Anteile des Drucktensors und der Wärmestromvektor in der Orthogonalreihenentwicklung für die Wahrscheinlichkeitsdichte vernachlässigt, so daß eine lokale MAXWELL-Verteilung resultiert. Die Vernachlässigungen werden im einzelnen begründet. Die Stoßintegrale, die in den so vereinfachten Gleichungen auftreten, werden für ein beim DEBYE-Radius abgeschnittenes COULOMB-Potential berechnet. Man erhält somit ein simultanes System von Differentialgleichungen, welches für eine praktische Berechnung der OHMSchen Heizung bei beliebig starken elektrischen Feldern geeignet ist.

Einige bei uns durchgeführte Versuche<sup>1</sup> ließen es wünschenswert erscheinen, detaillierte Rechnungen zur OHMSchen Heizung vollionisierter Plasmen, insbesondere bei relativ hoher Teilchendichte, durchzuführen. Zu diesem Zweck wurde versucht, eine kinetische Theorie zu verwenden, die es gestattet, gewisse Erweiterungen über die bisher bekannten Methoden zur Berechnung der OHMSchen Heizung hinaus durchzuführen und die gleichzeitig einen Ansatz zu einer ziemlich allgemeinen Beschreibung des Plasmaverhaltens bietet. Wenn auch in der vorliegenden Behandlung eine Reihe von Annahmen zur Vereinfachung gemacht wurden, so erscheint es uns grundsätzlich ohne wesentliche Schwierigkeiten möglich, in einer Fortführung der Arbeit die meisten dieser Annahmen fallen zu lassen.

In einer kinetischen Beschreibung der OHMSchen Heizung verwendet BRAGINSKII<sup>2</sup> die ENSKOGsche Methode zur Lösung der BOLTZMANN-Gleichung. Für eine wesentlich erweiterte Behandlung jedoch scheint

uns die auf einer Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsdichte nach ihren Momenten fußende Lösung der BOLTZMANN-Gleichung geeigneter. Die Grundlagen hierzu werden im folgenden Abschnitt ausgeführt. BRAGINSKII berechnet unter Vernachlässigung der Ionengeschwindigkeit die Reibungskraftdichte (Stoßintegral in den Bewegungsgleichungen) der Elektronen in nullter und erster Näherung, sowie die Aufheizungsenergie für Elektronen und Ionen. In den von uns vorgelegten Rechnungen soll die Ionengeschwindigkeit mit berücksichtigt werden.

Eine Theorie der OHMSchen Heizung ist von Interesse z. B. für Versuche zur Erzielung extrem hoher Temperaturen für Fusionszwecke. In diesem Zusammenhang wurden eine Reihe von Arbeiten bekannt. SPITZER<sup>3</sup> gibt in einer Übersicht zum Stellaratorprogramm eine kurze Diskussion der verschiedenen Möglichkeiten zur Aufheizung eines Plasmas. Eingehender beschäftigen sich BERGER und Mitarbeiter<sup>4</sup> mit der Theorie der OHMSchen Heizung. Unter

<sup>1</sup> W. KLUGE u. K. H. HÖCKER, Fourth International Conference on Ionization Phenomena in Gases, Uppsala, August 1959.

<sup>2</sup> S. I. BRAGINSKII, J. Exp. Theor. Phys. USSR 6, 358 [1958].

<sup>3</sup> L. SPITZER, JR.: The Stellarator Concept. In: Proc. 2nd UN International Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Vol. 32, Genf 1958, S. 181.

<sup>4</sup> J. M. BERGER, I. B. BERNSTEIN, E. A. TRUMAN u. R. M. KULSRUD, On the Ionization and Ohmic Heating of a Helium Plasma. In: Proc. 2nd UN Intern. Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy. Vol. 32, Genf 1958, S. 197.